**PEMILIHAN MAHASISWA BERPRESTASI**

# MODEL MATEMATIKA UNTUK MENGURANGI JUMLAH PEROKOK DENGAN PENGENDALIAN BERBASIS PAJAK OPTIMAL

**Diusulkan oleh :**

**RIFALDY FAJAR**

**NIM. 14305144007**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**

**UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

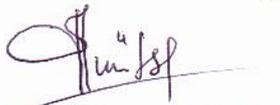
**YOGYAKARTA**

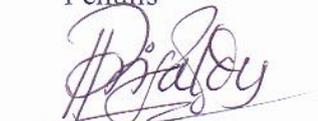
**2017**

## HALAMAN PENGESAHAN

| | |
|---|---|
| Judul | : Model Matematika untuk Mengurangi Jumlah Perokok dengan Pengendalian Berbasis Pajak Optimal |
| Sub-Tema | : Kesehatan Masyarakat |
| 1. Biodata Penulis | |
| a. Nama Lengkap | : Rifaldy Fajar |
| b. NIM | : 14305144007 |
| c. Alamat Rumah | : Nusa Indah 4E, Karangasem Baru, Sleman, DIY |
| d. No. HP | : 082293319520 |
| e. Alamat E-mail | : rifaldy.fajar@student.uny.ac.id |
| 2. Dosen Pembimbing | |
| a. NamaLengkap | : Dwi Lestari, M. Sc |
| b. NIDN | : 0013058501 |
| c. Alamat Rumah | : Ketandan, Yogyakarta |
| d. No Tel./HP | : 081931733249 |

Yogyakarta, 03 Mei 2017

Menyetujui,
Dosen Pembimbing

Dwi Lestari, M. Sc
NIDN. 0013058501

Penulis

Rifaldy Fajar
NIM. 14305144007

Mengetahui,
Wakil Rektor III
Universitas Negeri Yogyakarta

Prof. Dr. Sumaryanto, M. Kes
NIP. 19650301 199001 1 001

# SURAT PERNYATAAN

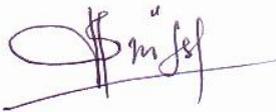
Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Rifaldy Fajar
Tempat/Tanggal Lahir: Bulukumba, 20 April 1996
Program Studi : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Perguruan Tinggi : Universitas Negeri Yogyakarta
Judul Karya Tulis : Model Matematika untuk Mengurani Jumlah Perokok dengan Pengendalian Berbasis Pajak Optimal

Dengan ini menyatakan bahwa Karya Tulis Ilmiah yang saya sampaikan pada kegiatan Pilmapres ini adalah benar karya saya sendiri tanpa tindakan plagiarisme dan belum pernah diikutsertakan dalam lomba karya tulis.

Apabila dikemudian hari ternyata pernyataan saya tersebut tidak benar, saya bersedia menerima sanksi dalam bentuk pembatalan predikat Mahasiswa Berprestasi.

Yogyakarta, 03 Mei 2017

Mengetahui,
Dosen Pendamping

Dwi Lestari, M. Sc
NIDN. 0013058501

Yang menyatakan

METERAI TEMPEL
9EAF2ADF674297340
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Rifaldy Fajar
NIM. 14305144007

# KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan karya tulis dengan judul "**Model Matematika untuk Mengurangi Jumlah Perokok dengan Pengendalian Berbasis Pajak Optimal**" tepat waktu. Karya tulis ini disusun untuk mengikuti seleksi Pemilihan Mahasiswa Berprestasi Tingkat Nasional Tahun 2017.

Karya tulis ini dapat tersusun berkat bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak, oleh karena itu kami mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. Sutrisna Wibawa, M.Pd, selaku Rektor Universitas Negeri Yogyakarta,
2. Prof. Dr. Sumaryanto, M.Kes, selaku Wakil Rektor III Bidang Kemahasiswaan Universitas Negeri Yogyakarta,
3. Suhandoyo, M.S, selaku Wakil Dekan III Bidang Kemahasiswaan Fakultas Matematika dan IPA (MIPA) Universitas Negeri Yogyakarta,
4. Dwi Lestari, M.Sc, selaku dosen pembimbing dalam pembuatan karya tulis ini,
5. Orang tua dan seluruh rekan-rekan yang turut membantu yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa karya tulis ini masih banyak kekurangan, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran agar kedepannya karya ini dapat lebih baik lagi. Semoga karya tulis ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Yogyakarta, 02 Mei 2017

Penulis

## DAFTAR ISI

# DAFTAR GAMBAR

# BAB I
# PENDAHULUAN

## I.1 Latar Belakang

Harga rokok di Indonesia tergolong masih sangat murah jika dibandingkan negara lain, termasuk negara tetangga, seperti Singapura, Malaysia, Thailand, dan Laos. Salah satu faktanya adalah Singapura dan Malaysia, di mana harga rokok jika dirupiahkan sekitar Rp 90.000 – Rp 100.000. Murahnya harga rokok di Indonesia berdampak pada tingginya jumlah perokok tak terkecuali anak-anak dan remaja (Maharani dalam Kompas, 2015).

Berdasarkan Riset Kesehatan Dasar, perokok di Indonesia meningkat pada kelompok usia di atas 15 tahun, yaitu 34,2 persen (2007), 34,7 persen (2010), dan data terakhir mencapai 36,3 persen (2013) (BALITBANG Kemenkes RI, 2013). Bahkan, Indonesia menjadi negara ketiga pada jumlah perokok aktif terbanyak setelah Cina dan India, yaitu sebesar 34% pada tahun 2008. Jumlah perokok ini terus meningkat pada tahun 2010 sebesar 34,7% (Pusat Promosi Kesehatan, Kementrian Kesehatan RI, 2010).

Harga rokok yang rendah akan linear pada tarif pajak rokok yang juga rendah. Jika dihitung dengan menggunakan tarif advolrum, ilustrasinya diasumsikan bahwa harga satu bungkus rokok merek “S” sebesar Rp 14.000 dengan cukai 40%. Dengan demikian, nilai cukai rokok tersebut adalah 40% x Rp 14.000 = Rp 5.600. Sementara itu, pemerintah daerah (Pemda) memungut pajak rokok dengan besaran 10% atas cukai rokok. Dengan demikian, nilai pajak rokok yang harus dibayarkan adalah sebesar 10% x Rp 5.600 = Rp 560. Dari situ, dapat diasumsikan harga jual yang ditetapkan dari satu bungkus rokok merek “S” setelah terkena pajak dan cukai rokok adalah Rp. 14.560 dengan cukai sebesar Rp. 5.600 dan pajak sebesar Rp. 560.

Nilai pajak tersebut diasumsikan masih terlalu kecil. Hal ini sejalan dengan pernyataan Yayasan Lembaga Konsumen Indonesia (YLKI) yang mendukung langkah pemerintah dalam menaikan Pajak Pertambahan Nilai (PPN) atas Penyerahan Hasil Tembakau menjadi 9,1 % bahkan menganggap bahwa kenaikan tersebut dinilai masih terlalu kecil dan kurang maksimal. Selain itu,

rokok merupakan komoditi yang berbeda dengan jenis komoditi yang lain dimana rokok menjadi komoditas yang tidak normal alias dalam tahap kontrol pemerintah (Novalius dalam Ekonomi Okezone, 2017). Kesenjangan lainnya, konsumsi rokok selama tahun 2013 menurut hasil penelitian Soewarta Kosen dari Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan Kementerian Kesehatan, membuat negara merugi Rp 378,5 triliun. Jika dirinci lebih detail, kerugian yang diakibatkan pembelian rokok mencapai Rp 138 triliun dan sisanya disebabkan dari dampak negatif rokok. Kerugian akibat hilangnya produktivitas, kematian dini, dan disabilitas mencapai Rp 235,4 triliun, sementara kerugian biaya pengobatan penyakit akibat rokok sebesar Rp 5,35 triliun. Selain itu, rokok membuat masyarakat miskin semakin miskin sebab masyarakat yang dikategorikan miskin ternyata banyak yang mengonsumsi rokok. Artinya, terdapat perbandingan besar antara pengeluaran untuk produksi dan biaya mengobati penyakit yang ditimbulkan oleh rokok jauh lebih besar.

Rokok sejauh ini dianggap sebagai barang konsumsi sekunder, bahkan tersier. Oleh karena itu, perlunya pemberlakuan pajak yang optimal pada setiap bungkus rokok, bahkan per batang menjadi salah satu solusi dalam meminimalisir jumlah perokok yang akan berdampak pada berkurangnya tanggungan Negara akibat penyakit yang ditimbulkan oleh rokok.

Pemodelan tentang peningkatan jumlah perokok bukan hal yang baru. Beberapa peneliti telah mengembangkan model matematika terkait peningkatan jumlah perokok, seperti yang dilakukan oleh Sharoni dan Gumel (1980) serta Gunawan dan Nurtamam (2008). Pada tahun 2007, Mickens mengenalkan model dinamik akar kuadrat. Interaksi pada model dinamik akar kuadrat dilambangkan dengan akar kuadrat dari perkalian dua kompartemen (subpopulasi) yang saling berinteraksi (Zeb dkk., 2013). Selain itu, terdapat pula Fitri Yessi, Muhammad Subhan dan Riry Sriningsih (2013) mengenai model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan denda yang menggunakan tiga kompartemen. Pada penelitian tersebut, hanya menggunakan tiga kompartemen populasi.

Pemodelan matematika merupakan salah satu alat yang dapat membantu mempermudah penyelesaian masalah dalam kehidupan nyata. Masalah-masalah

tersebut dapat dibawa ke model matematis dengan menggunakan asumsi-asumsi tertentu. Berdasarkan model yang dibuat selanjutnya dicari solusinya, baik dengan cara analisis maupun secara numerik.

Pada bidang kesehatan model matematika digunakan untuk mengetahui bagaimana penyebaran suatu penyakit menular maupun tidak menular dan penderita jumlah suatu penyakit baik yang berupa epidemik maupun tidak. Beberapa penyakit mempunyai periode laten, artinya selang waktu dimana suatu individu terinfeksi sampai munculnya penyakit. Periode laten inilah yang menjadi alasan pembentukan model dengan empat kompartemen dimana model ini diterapkan pada penyakit yang memiliki masa inkubasi cukup lama. Pada umumnya selama masa laten tersebut individu tidak bias menularkan penyakit.

Berdasarkan uraian di atas penulis tertarik untuk mengkaji pemodelan populasi perokok menggunakan model dengan empat kompartemen populasi. Emapt sub-populasi yang terdapat dalam model ini adalah: populasi *susceptible* yaitu individu-individu tidak merokok tapi rentan untuk merokok, populasi *exposed* yaitu individu-individu yang kadang-kadang merokok, populasi *infected* yaitu populasi dimana individu-individu yang merokok (perokok berat) dan dapat mempengaruhi seseorang yang tidak merokok (sehat), dan *recovered* adalah populasi yaitu individu-individu yang telah berhenti untuk merokok dengan pengendalian berupa penerapan pajak optimal untuk mengurangi jumlah perokok.

## I.2 Rumusan Masalah

Berdasar latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penulisan karya tulis ini adalah:

1. Bagaimana model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan pajak?
2. Bagaimana analisis kestabilan model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan pajak?
3. Bagaimana simulasi numerik dan interpretasi pada model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan pajak ?

## I.3 Tujuan Penulisan

Berdasar rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan dalam penulisan karya tulis ini adalah:

1. Mengetahui model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan pajak.
2. Mengetahui analisis kestabilan model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan pajak.
3. Mengetahui simulasi numerik dan interpretasi pada model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan pajak.

## I.4 Manfaat Penulisan

Manfaat yang diharapkan dalam penulisan karya tulis ini adalah:

1. Bagi Penulis

Menambah wawasan pengetahuan tentang model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan pajak dan inspirasi bagi mahasiswa dalam penulisan karya ilmiah.

2. Bagi masyarakat

Memberikan informasi akan bahaya dalam konsumsi rokok dalam jangka waktu yang panjang dan solusi minimal (*advanced*) atau rekomendasi kebijakan terkait pencegahan dalam menghentikan kebiasaan merokok.

3. Bagi Pemerintah dan Instansi Kesehatan

Memberikan informasi penyebaran infeksi merokok berdasarkan faktor risiko penularannya yang berbasis kontak aktif, sehingga diharapkan dapat terbentuk suatu kebijakan sebagi upaya penanggulangan pencegahan bahaya merokok.

# BAB II
# TINJAUAN PUSTAKA

## II.1 Model Epidemi *SEIR*

Pada model epidemik *SEIR* klasik, populasi dibagi menjadi empat kelompok diantaranya adalah *susceptible* ($S$) yaitu kelompok populasi yang sehat tetapi dapat terinfeksi penyakit, *exposed* (E) yaitu kelompok populasi yang dicurigai terinfeksi oleh penyakit, *infected* (I) yaitu kelompok populasi yang terinfeksi dan dapat sembuh dari penyakit, dan *recovered* (R) yaitu kelompok populasi yang telah sembuh dan kebal dari penyakit. Model epidemi SEIR dapat dinyatakan sebagai berikut (Li and Jin, 2004):

$$\frac{dS}{dt} = -\alpha S \frac{I}{N},$$

$$\frac{dE}{dt} = \alpha S \frac{I}{N} - \beta S$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta S - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

## II.2 Linearisasi Persamaan Differensial Parsial

Untuk mempelajari perilaku sistem dinamik non linear dilakukan melalui linearisasi di sekitar titik ekuilibrium. Diberikan sistem (1):

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y)$$

$$\frac{dy}{dt} = g(x, y)$$

Dengan titik ekuilibrium $(a, b); f(a, b) = g(a, b) = 0$. Pendekatan linear fungsi $f(x, y)$

disekitar $(a, b)$diperoleh dengan menderetkan fungsi $f(x, y)$sebagai berikut :

$$f(x, y) \cong f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a, b)(x - a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)(y - b) + \theta_f \qquad (2)$$

Sedangkan deret taylor disekitar fungsi $g(x, y)$ disekitar $(a, b)$ adalah

$$g(x,y) \cong g(a,b) + \frac{\partial g}{\partial x}(a,b)(x-a) + \frac{\partial g}{\partial y}(a,b)(y-b) + \theta_g \qquad (3)$$

Dengan $\Theta_f$ dan $\Theta_g$suku-suku non linear yang selanjutnya dapat dihilangkan. Dari (1) dan (2) diperoleh pendekatan linear untuk Sistem (1), yakni:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}(a,b)(x-a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a,b)(y-b)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial g}{\partial x}(a,b)(x-a) + \frac{\partial g}{\partial y}(a,b)(y-b)$$

Persamaan (4) dituliskan sebagai matriks

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(a,b) \frac{\partial f}{\partial y}(a,b) \\ \frac{\partial g}{\partial x}(a,b) \frac{\partial g}{\partial y}(a,b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (x-a) \\ (y-b) \end{bmatrix} \qquad (5)$$

Substitusi u=x-a dan v=y-b diperoleh persamaan yang lebih sederhana, yaitu

$$\begin{bmatrix} \frac{du}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(a,b) \frac{\partial f}{\partial y}(a,b) \\ \frac{\partial g}{\partial x}(a,b) \frac{\partial g}{\partial y}(a,b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(a,b) \frac{\partial f}{\partial yS}(a,b) \\ \frac{\partial g}{\partial x}(a,b) \frac{\partial g}{\partial y}(a,b) \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh J dikenal sebagai matriks *Jacobian Sistem* (1) pada tiitik (a,b) (Allen, 2000).

### II.3 Bilangan Reproduksi Dasar ($R_o$)

Bilangan reproduksi dasar adalah bilangan yang menyatakan rata-rata infeksi sekunder yang disebabkan oleh satu individu yang terinfeksi yang berlansung dalam populasi rentan (*susceptible*) yang dinotasikan dengan $R_o$. Bilangan tersebut diperlukan sebagai parameter utuk mengetahui tingat penyebaran suatu penyakit. Jika model hanya mempunyai dua titik keseimbangan yaitu titik keseimbangan bebas penyakit dan titik keseimbangan endemic atau epidemik, maka tidak terjadi endemik atau epidemik jika $R_o < 1$ dan terjadi endemic atau epidemik jika $R_o > 1$(Allen, 2000).

## II.4 Titik Kesetimbangan

Misal persamaan differensial (1.1) :

$$\frac{dS}{dt} = f(S, I)$$

$$\frac{dI}{dt} = g(S, I)$$

Sebuah titik $(S_0, I_0)$merupakan titik kesetimbangan dari persamaan (1.1) jika memenuhi $f(S_0, I_0) = 0$ dan $g(S_0, I_0)$. Karena turunan suatu konstanta sama dengan nol, maka sepasang fungsi konstan $S(t) \equiv S_0$ dan $I(t) \equiv I_0$ adalah penyelesaian kesetimbangan dari persamaan (1.1) untuk semua $t$ (Sari, 2011).

## II.5 Perokok

Perokok adalah seseorang yang menghisap asap rokok. Perokok dapat dibedakan menjadi dua, yaitu perokok aktif dan perokok pasif. Perokok aktif adalah seseorang yang secara teratur mengkonsumsi rokok satu batang atau lebih dalam setiap harinya paling sedikit satu tahun. Biasanya dilakukan untuk memenuhi kebutuhan psikologi seperti untuk menunjukan kedewasaan, kejantanan, kebanggaan dan untuk menghilangkan kecemasan serta sebagai alternatif untuk memecahkan masalah yang sedang dihadapi. Sedangkan perokok pasif adalah seseorang yang sebenarnya tidak merokok namun karena ada orang lain yang merokok didekatnya, maka secara tidak langsung oarang tersebut menghisap asap rokok (Jaya, 2009).

Kebisaan merokok sulit dihindari bagi perokok aktif. Merokok cenderung dilakukan oleh orang dewasa, nammun akhir-akhir ini merokok banyak pula dilakukan oleh anak-anak. Merokok sampai 20 batang dalam seharinya disebut perokok berat, sedangkan merokok kurang dari 10 batang perhari dinamakan perokok ringan. Perokok berat maupun ringan dapat mengganggu kesehatan, meskipun tidak ada batasan jenis apa dann jumlah berapa yang dianggap aman (Husaini, 2006).

## II.6 Pajak Rokok

Pajak Rokok adalah Pungutan atas Cukai Rokok yang dipungut oleh Pemerintah Pusat, obyek pajaknya adalah Rokok yang meliputi sigaret, cerutu,

dan rokok daun. Konsumen Rokok telah otomatis membayar pajak rokok karena Wajib Pajak membayar Pajak Rokok bersamaan dengan pembelian pita cukai. Wajib Pajaknya adalah Pengusaha pabrik rokok/produsen dan importir rokok yang memiliki izin berupa Nomor Pokok Pengusaha Barang Kena Cukai dan Subyek Pajaknya adalah Konsumen Rokok. Tarifnya adalah 10 % dari Cukai Rokok, dan dipungut oleh instansi Pemerintah yang berwenang memungut cukai bersamaan dengan pemungutan cukai rokok. Pajak Rokok disetor ke Provinsi secara proporsional berdasarkan jumlah penduduk (BPRD Jakarta, 2016).

Dasar Hukum Pajak Rokok di Jakarta adalah Perda Nomor 2/2014 Tentang Pajak Rokok. Penerimaan Pajak Rokok, baik bagian Provinsi maupun bagian Kabupaten/Kota dialokasikan paling sedikit 50% untuk mendanai pelayanan kesehatan masyarakat dan penegakan hukum oleh aparat yang berwenang. Hasil Penerimaan Pajak Rokok diserahkan kepada Kabupaten/Kota sebesar 70% dan bagian Kabupaten/Kota ditetapkan dengan memperhatikan aspek pemerataan dan/atau potensi antar Kabupaten/Kota. Penyetoran Pajak Rokok dilakukan secara triwulan. Apabila terjadi kelebihan penyetoran Pajak Rokok ke Provinsi akan diperhitungkan dalam penyetoran tahun berikutnya. Perhitungan kelebihan didasarkan pada hasil rekonsiliasi antara Ditjen Perimbangan Keuangan, Ditjen Bea Cukai dan Ditjen Perbendaharaan (BPRD Jakarta, 2016).

Jadi, pajak rokok merupakan pungutan atas cukai rokok yang akan dipergunakan sebagai salah satu pendapatan daerah.

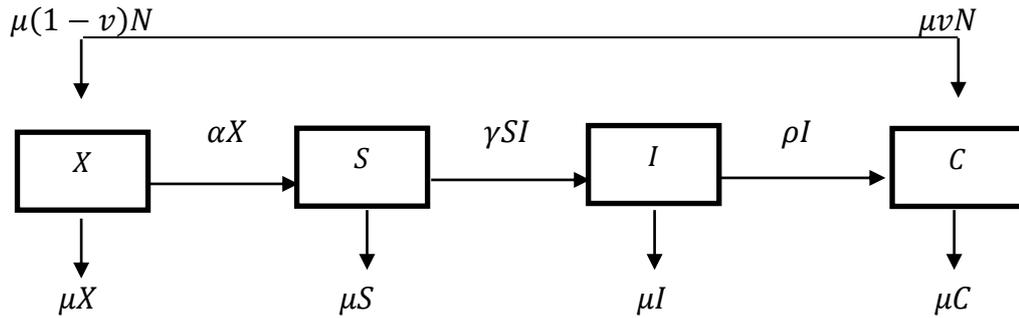
# BAB III
# ANALISIS DAN SINTESIS

## III.1 Formulasi Model Matematika

Berdasarkan hasil studi literatur dan observasi, maka untuk mempermudah proses pemodelan kasus penyebaran perokok, maka digunakan beberapa asumsi untuk membentuk diagram alir. Asumsi-asumsi tersebut adalah:

1. Tidak ada migrasi yang masuk maupun keluar dari populasi.
2. Populasi tetap, sehingga laju kelahiran sama dengan laju kematian.

3. Setiap individu sehat mempunyai kesempatan yang sama untuk berinteraksi dengan individu yang telah menjadi perokok kadang-kadang dan perokok berat.
4. Populasi dibedakan menjadi empat kelompok yaitu Individu sehat, tidak merokok namun rentan untuk menjadi perokok ($X$), Individu yang kadang-kadang merokok ($S$), Individu yang merupakan perokok berat ($I$), dan Individu yang sudah berhenti merokok dan tidak merokok lagi ($C$).
5. Setiap perokok yang terus-menerus membayar pajak rokok akan menjadi kebal dari keinginan untuk merokok lagi.
6. Individu yang dapat menyebarkan populasi perokok meningkat dikelompokkan dalam dua kategori yaitu populasi perokok kadang-kadang atau $S$ dimana individu tersebut sudah menjadi perokok tapi belum dapat menularkan menjadi perokok berat tetapi dapat berhenti sesaat dan belum menjadi perokok berat dan individu yang perokok menjadi perokok berat atau $I$ dimana individu yang menjadi perokok berat (diasumsikan 2 atau 3 bungkus dalam 1 harian) dapat menularkan ke individu yang rentang.
7. Laju kelahiran individu baru yaitu $\mu$, yang masuk ke perokok yang rentang sehingga individu yang baru lahir dapat menjadi individu yang rentang untuk menjadi perokok.
8. Laju kematian indidvidu yang sehat tapi rentang untuk menjadi perokok, perokok kadang-kadang, perokok dan perokok yang telah berhenti. Untuk laju kematian pada perokok yang rentang sebesar $\mu x$, laju kematian perokok kadang-kadang sebesar $\mu s$, laju kematian pada perokok sebesar $\mu y$, dan laju kematian pada perokok yang berhenti sebesar $\mu c$.
9. Penularan kebiasaan merokok terjadi karena adanya interaksi antara kelompok potensial merokok dengan perokok kadang-kadang dan perokok berat.
10. Laju kesembuhan tetap.
11. Laju penerapan pajak adalah tetap.

Berdasarkan keterangan dari asumsi yang ada, dapat dibuat diagram alir model matematika pencegahan jumlah perokok dengan penerapan pajak sebagai berikut:

Gambar 1. Diagram Alir Model Matematika dalam Minimalisir Pertambahan Jumlah Perokok dengan penerapan pajak

Berdasar pada diagram alir di atas, maka interpretasi diagram untuk formulasi model matematika pencegahan jumlah perokok dengan penerapan pajak setelah disederhanakan adalah sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = \mu(1-v) - \alpha x - \mu x \quad (1)$$

$$\frac{ds}{dt} = \alpha x - \gamma si - \mu x \quad (2)$$

$$\frac{di}{dt} = \gamma si - \rho i - \mu i \quad (3)$$

$$\frac{dc}{dt} = \mu v + \rho i - \mu c \quad (4)$$

Notasi yang digunakan dalam model diatas adalah:

$N(t)$ = Populasi total saat $t$

$X(t)$ = Individu sehat, tidak merokok namun rentan untuk menjadi perokok

$S(t)$ = Individu yang kadang-kadang merokok

$I(t)$ = Individu yang merupakan perokok berat

$C(t)$ = Individu yang sudah berhenti merokok dan tidak merokok lagi

$\mu$ = Laju kelahiran

$\mu$ = Laju kematian alami

$\alpha$ = Laju perubahan populasi dari yang tidak merokok menjadi kadang kadang merokok

$\gamma$ = Laju perubahan populasi dari yang kadang-kadang merokok menjadi perokok berat

$\rho$ = Laju perubahan populasi dari perokok berat menjadi berhenti merokok dengan *treatment* berupa penerapan pajak optimal.

Notasi $\mu$, $\alpha$, $\gamma$, $\rho$, $v$ adalah konstanta-konstanta yang bernilai positif, $N(t)$, $X(t)$, $S(t)$, $Y(t)$, $I(t) \geq 0$ dan $C(t) = X(t) + S(t) + I(t) + C(t)$.

### III.2 Analisis Kestabilan Titik Ekulibrium

Berdasarkan hasil analisis, diperoleh dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas perokok $(E_0)$ dan titik ekuilibrium epidemik $(E^*)$ sebagai berikut:

a. $E_0(x,s,i,c) = \left(\frac{\mu(1-v)}{\mu+\alpha} \; \frac{\alpha(1-v)}{\alpha+\mu} \;\; 0 \;\; v\right)^T$

b. $E^*(x,s,i,c) = \left(\frac{\mu(1-v)}{\mu+\alpha} \; \frac{\rho+\mu}{\gamma} \; \frac{\gamma\alpha\mu(1-v)-\mu(\mu+\alpha)(\rho+\mu)}{(\mu+\alpha)(\rho+\mu)\gamma} \;\; \rho\,\frac{\gamma\alpha(1-v)-\mu(\mu+\alpha)(\rho+\mu)}{(\mu+\alpha)(\rho+\mu)\gamma} + v\right)^T$

With $R_0 = \frac{\gamma\alpha}{(\mu+\alpha)(\rho+\mu)}$, $R_V = \frac{\gamma\alpha(1-v)}{(\mu+\alpha)(\rho+\mu)}$ and $v_m = 1 - \frac{(\mu+\alpha)(\rho+\mu)}{\gamma\alpha}$

Kestabilan titik ekuilbrium ditentukan dengan menggunakan nilai eigen yang diperoleh dari hasil pelinieran model dengan matrik Jacobi sebagai berikut:

$$J(E) = \begin{bmatrix} -\mu-\alpha & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & -\gamma i-\mu & -\gamma s & 0 \\ 0 & \gamma i & \gamma s-\rho-\mu & 0 \\ 0 & 0 & \rho & -\mu \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dapat dicari dengan menyelesaikan $|J(E) - \lambda I| = 0$ disekitar titik ekuilibrium, sehingga diperoleh hasil:

a. Jika $R_V < 1$ maka titik ekuilibrium bebas perokok $(E_0)$ stabil asimtotis.
b. Jika $R_V > 1$ maka titik ekuilibrium epidemik $(E^*)$ stabil asimtotis.

### III.3 Simulasi Numerik dengan Program *Maple*-18

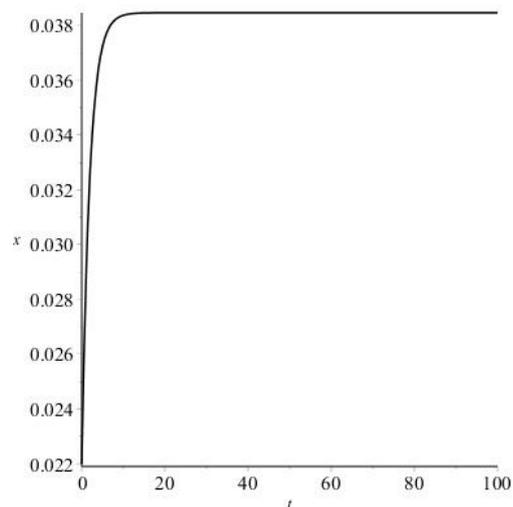
Diasumsikan prevalensi merokok di Indonesia adalah sebesar 25% dari keseluruhan populasi sehingga nilai $\gamma = 0{,}25$, laju kesembuhan atau kesadaran diperkirakan sebesar $\rho = 0{,}1$. Diperkirakan bahwa kelahiran setiap tahun adalah sebesar 2% dari jumlah penduduk, hal ini memberikan nilai untuk laju kelahiran $\mu = 0{,}02$. Berdasarkan asumsi yang ada, laju kelahiran dan kematian adalah sama, sehingga diperoleh laju kematian $\mu = 0{,}02$, dan untuk laju perubahan populasi dari yang tidak merokok menjadi kadang-kadang merokok ditentukan sebesar $\alpha = 0{,}5$. Diberikan nilai awal untuk masing-masing proporsi individu adalah $x = 0{,}022$, $s = 0{,}693$, $i = 0{,}095$, dan $c = 0{,}19$ . Pada kondisi tersebut nilai $i \neq 0$,

yang berarti sudah ada perokok dalam populasi. Simulasi untuk model tersebut digambarkan dengan menggunakan program *Maple-18* sebagai berikut:

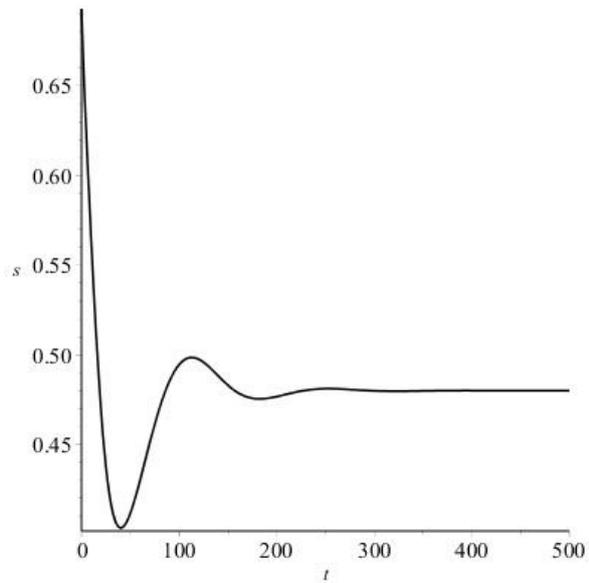
**1. Perokok Tidak Dikenakan Pajak Optimal**

Jika tidak ada pemberian penerapan pajak, maka dengan kata lain laju penerapan pajak = 0. Hasil simulasi numerik dengan program *maple-18* memberikan gambaran proporsi dari masing-masing kelas

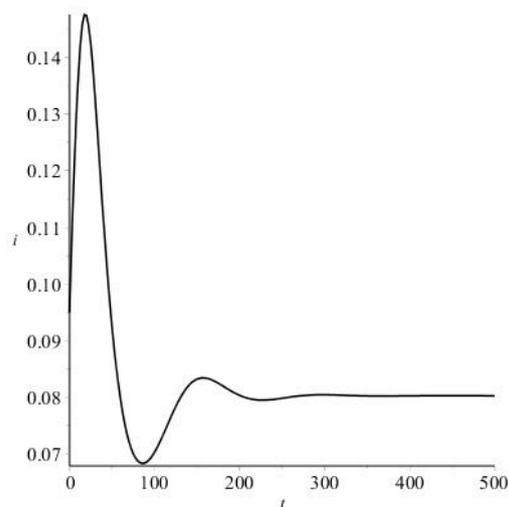
a. Proporsi individu rentan

Kenaikan proporsi individu yang rentan berubah-ubah seiring berjalannya waktu dan lambat laun akan menuju ke titik ekuilibrium. Ilustrasi dari keadaan ini diberikan pada gambar 2.

Gambar 2. Grafik proporsi individu yang rentan terhadap waktu (bulan)

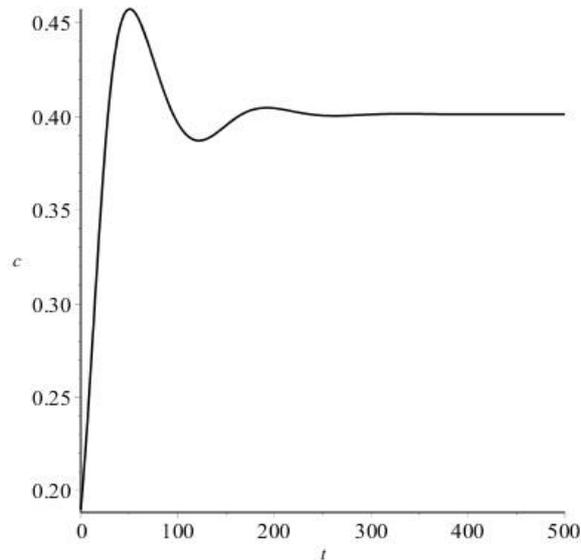
b. Proporsi individu kadang-kadang merokok

Proporsi jumlah individu yang kadang-kadang merokok berubah-ubah seiring berjalannya waktu dan lambat laun proporsi individu kadang-kadang tidak mengalami perubahan yaitu menuju ke titik ekuilibrium. Ilustrasi dari keadaan ini diberikan pada gambar 3.

Gambar 3. Grafik proporsi individu kadang-kadang merokok terhadap waktu (bulan)

c. Proporsi individu perokok berat

Proporsi individu perokok berat berubah-ubah seiring berjalannya waktu dan akan terus menjadi perokok berat. Hal ini dibuktikan dengan grafik yang terus menanjak naik menuju ke titik ekuilibrium. Dalam keadaan tersebut sistem dalam keadaan setimbang yang berarti perokok berat akan terus ada sampai waktu yang sangat lama. Ilustrasi dari keadaan ini diberikan pada gambar 4.

Gambar 4. Grafik proporsi individu perokok berat terhadap waktu (bulan)

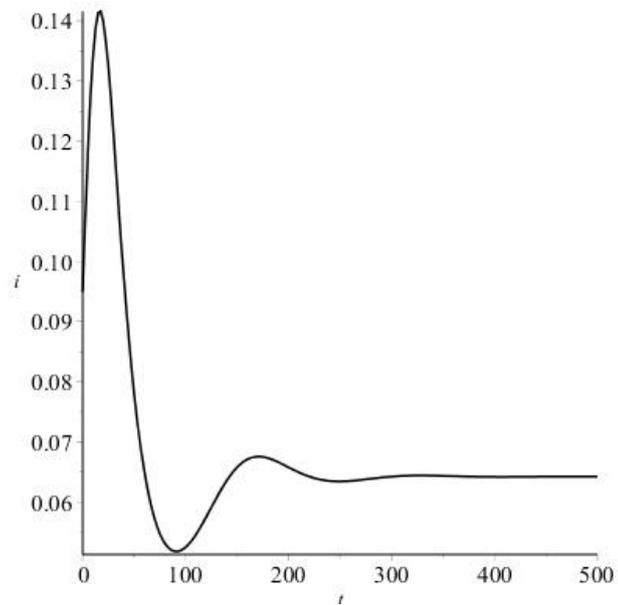
d. Proporsi individu sembuh

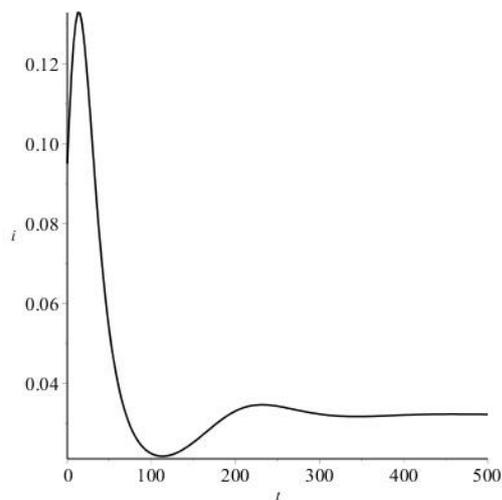
Proporsi individu yang sembuh berubah-ubah terhadap waktu seiring berjalannya waktu. Namun, dalam kurun waktu tertentu jumlah individu yang sembuh tidak mengalami perubahab dan menuju ke titik ekuilbirum. Ilustrasi dari keadaan ini diberikan pada gambar 5.

Gambar 5. Grafik proporsi individu sembuh dan kebal dari keinginan merok terhadap waktu (bulan).

Berdasarkan hasil simulasi dari keempat grafik di atas, dapat diketahui bahwa jika tidak ada pengendalian berupa penerapan pajak, menunjukkan bahwa sistem menuju ke titik ekuilibrium epidemik, untuk *basic reproduction number* tanpa penerapan pajak $(R_v)$ adalah sebesar 1,2019230769. Hal ini berarti titik ekuilibrium epidemik sistem $(E^*)$ bersifat stabil sehingga perokok akan terus ada untuk waktu yang sangat lama.

## 2. Perokok Dikendalikan dengan Penerapan Pajak Optimal

Proses untuk mencegah terjadinya penambahan jumlah perokok, akan dilakukan melalui program penerapan pajak pada laju $v$. Pengaruh pengendalian dengan penerapan pajak dapat dilihat dari perilaku proporsi individu yang menjadi perokok berat akan cenderung menurun dari proporsi individu perokok berat sebelum dilakukan program pengendalian dengan penerapan pajak.

Jika laju penerapan pajak yang diberikan sebesar 0,1, proporsi individu yang menjadi perokok berat akan menurun tetapi perokok berat masih akan ada sampai waktu yang sangat lama. Ilustrasi dari keadaan ini dapat disajikan dalam gambar berikut:

Gambar 6. Grafik proporsi individu perokok berat terhadap waktu (bulan) untuk $v$ = 0,1

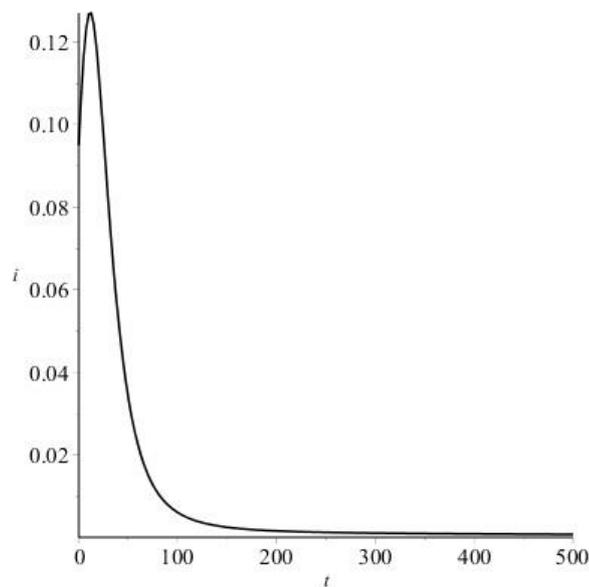
Selanjutnya, jika laju laju penerapan pajak yang diberikan dinaikkan sebesar 0,3, proporsi individu yang menjadi perokok berat akan mengalami penurunan lebih besar daripada penerapan pajak sebelumnya. Akan tetapi, perokok masih ada untuk waktu yang sangat lama. Ilustrasi dari keadaan ini dapat disajikan dalam gambar berikut.

Gambar 7. Grafik proporsi individu perokok berat terhadap waktu (bulan) untuk $v$ = 0,3

Selanjutnya, agar populasi merokok benar-benar dapat dicegah dan menghilang dari populasi maka laju penerapan pajak dinaikkan lagi. Untuk mengetahui seberapa besar laju penerapan pajak yang dibutuhkan untuk mencegah pertambahan populasi, diperlukan parameter laju penerapan pajak minimum. Laju pemberian penerapan pajak minimum dapat dicari berdasarkan persamaan:

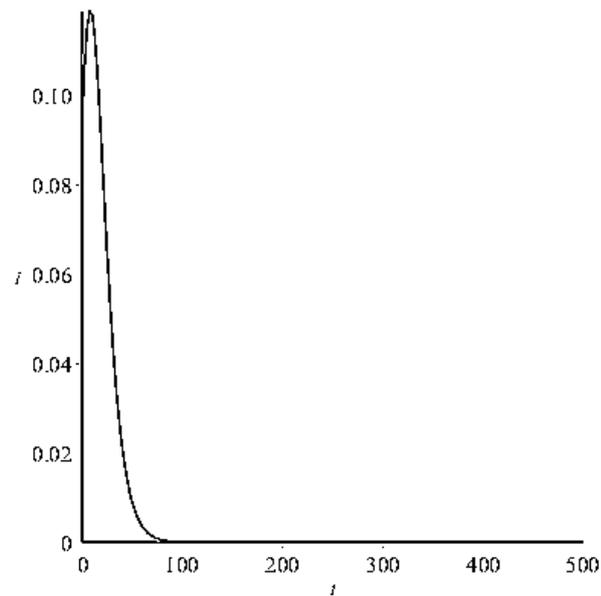
$$v_m = 1 - \frac{(\mu + \alpha)(\rho + \mu)}{\gamma\alpha}$$

$$= 1 - \frac{(0{,}02+0{,}5)(0{,}1+0{,}02)}{(0{,}25.0{,}5)}$$

$$= 0{,}5008$$

Jika tingkat pajak rokok yang diberikan sebesar laju penerapan pajak rokok minimum yaitu $v_m = 0{,}5008$, proporsi individu yang menjadi perokok berat dapat disajikan sebagai berikut:

Gambar 8. Grafik proporsi individu perokok berat terhadap waktu (bulan) dengan $v = 0{,}5008$

Gambar 8. Menunjukkan bahwa proporsi individu perokok berat semakin lama semakin berkurang bahkan menghilang dari populasi, yang berarti pertambahan jumlah perokok dapat dicegah dengan adanya penerapan pajak sebesar laju penerapan pajak minimum.

Misal laju laju penerapan pajak dinaikkan dari laju laju penerapan pajak minimum sebesar $v$ = 0,999, proporsi individu perokok berat dapat disajikan dalam grafik berikut:

Gambar 9. Grafik proporsi individu perokok berat terhadap waktu (bulan) dengan $v = 0{,}999$

Berdasarkan simulasi dari empat parameter $v$ yang digunakan, dapat diketahui bahwa dengan adanya pengendalian berupa penerapan pajak dapat ditarik kesimpulan bahwa semakin tinggi laju pengendalian biaya pajak yang diberikan maka proporsi individu yang menjadi perokok berat akan semakin berkurang dan laju penerapan pajak minimum $(v_m)$ yang dibutuhkan untuk mencegah adanya pertambahan jumlah perokok adalah sebesar 0,5008 dengan prediksi perokok akan berkurang dalam kurun waktu sekitar 350 bulan. Laju penerapan pajak dibawah 0,5008 menunjukkan bahwa kasus tersebut terus menuju titik ekuilibrium untuk $v = 0{,}1$ dan $v = 0{,}3$ sehingga perokok akan terus ada dalam jangka waktu yang sangat lama. Selain itu, terlihat pada grafik bahwa pengendalian penerapan pajak yang lebih besar ($v = 0{,}999$ ) dari laju penerapan pajak minimum menyebabkan penurunan terhadap proporsi individu yang rentan serta perokok akan berkurang hingga menghilang dalam waktu yang lebih cepat, dengan prediksi kurang dari 100 bulan. Jadi semakin tinggi laju pengendalian penerapan pajak dalam populasi, maka perokok tersebut akan semakin cepat berkurang maka model dinyatakan mendekati kondisi yang seharusnya.

Dari $R_0$, dapat dilihat faktor-faktor yang mempengaruhi terjadinya epidemi dalam suatu populasi yaitu laju perubahan populasi dari yang kadang-kadang merokok menjadi perokok berat $(\gamma)$, laju perubahan populasi dari yang

tidak merokok menjadi kadang-kadang merokok ($\alpha$), laju kematian alami dan laju kelahiran ($\mu$), serta laju perubahan populasi dari perokok berat menjadi berhenti merokok dengan *treatment* berupa penerapan pajak ($v$). Hal ini berarti dengan mengontrol nilai $\gamma$ dan $\alpha$, maka dapat memperkecil terjadinya epidemik. Untuk memperkecil terjadinya epidemik dapat dilakukan dengan mengurangi kontak antara perokok dengan orang yang potensial untuk menjadi perokok yaitu dengan membatasi tempat-tempat bagi orang untuk merokok dan memperkecil tingkat berhasilnya kontak.

Semakin kecil peluang berhasilnya kontak antara perokok dengan orang yang potensial menjadi perokok dan semakin besar efektifitas penerapan pajak yang diberikan kepada perokok, maka dengan bertambahnya waktu, populasi perokok akan berkurang dan sebaliknya.

Berdasarkan temuan-temuan analisis yang telah dilakukan, secara garis besar beberapa poin rekomendasi kebijakan yang penulis tawarkan berdasar pada hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut:

1. Kawasan Tanpa Asap Rokok

   Sebagaimana pada model yang telah diperoleh, dengan mengontrol nilai $\gamma$ dan $\alpha$, maka dapat memperkecil terjadinya epidemik sehingga ditarik kesimpulan bahwa tidak ada batasan aman terhadap asap rokok orang lain sehingga sangat penting untuk menerapkan 100% Kawasan Tanpa Asap Rokok dengan tidak menyediakan ruangan khusus untuk merokok. Berbagai bukti ilmiah juga menunjukkan bahwa adanya ruangan merokok, baik menggunakan ventilasi, penghisap dan saringan udara terbukti tidak efektif melindungi secara penuh paparan asap rokok (Philip Morris dalam TCSC Indonesia, 2008).

2. Peningkatan Pajak dan Harga

   Harga rokok di Indonesia tergolong sangat murah karena cukai yang dikenakan tergolong sangat rendah yang berdampak pada rendahnya pajak dan nilai jual rokok sehingga mengakibatkan nilai konsumsi rokok terus meningkat. Berdasar pada model yang telah diperoleh, rekomendasi kebijakan yang ditawarkan kepada pemerintah dalam menentukan pajak bagi perokok adalah minimal sebesar 0,5008 dari total harga atau kenaikan

setengah dari jumlah harga yang telah ditentukan untuk asumsi 1.000 populasi. Hal ini akan berdampak pada penurunan jumlah perokok yang diprediksi akan berkurang bahkan habis dalam kurun waktu kurang dari 100 bulan. Berbagai hasil penelitian juga menunjukkan bahwa kelompok miskin sangat sensitif terhadap harga. Peningkatan pajak rokok yang secara otomatis meningkatkan cukai dan harga rokok akan meningkatkan pendapatan pemerintah dan melindungi keluarga miskin. Selain itu, rokok yang lebih mahal juga mengurangi keterjangkauan anak-anak dan remaja sejak dini untuk membeli rokok.

3. Larangan Penjualan Rokok dalam Bentuk Per Batang

   Survei Euromonitor International pada 2013 tentang harga rokok di Indonesia seperti yang dirilis oleh TCSC IAKMI pada tahun 2016 menunjukkan harga sebatang rokok di Indonesia tidak sampai Rp 1.000 (Priherdityo dalam CNN Indonesia, 2016). Jika hal ini terus diberlakukan, maka akan menimbulkan dampak terutama terhadap golongan rakyat miskin yang akan lebih memilih untuk membeli rokok dalam harga satuan. Merujuk pada model yang telah diperoleh, rendahnya harga jual sebatang rokok dipengaruhi oleh rendahnya pajak rokok. Maka untuk semakin menghentikan tingkat kerentanan masyarakat miskin dalam melakukan pembelian rokok, artinya aturan tersebut harus diberlakukan.

# BAB IV
# SIMPULAN DAN REKOMENDASI

## IV.1 SIMPULAN

Berdasarkan temuan-temuan hasil analisis dan studi literatur dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan pajak berbentuk persamaan diferensial non linear yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = \mu(1 - v) - \alpha x - \mu x \qquad (1)$$

$$\frac{ds}{dt} = \alpha x - \gamma si - \mu x \qquad (2)$$

$$\frac{di}{dt} = \gamma si - \rho i - \mu i \qquad (3)$$

$$\frac{dc}{dt} = \mu v + \rho i - \mu c \qquad (4)$$

2. Dari hasil analisis, model matematika *XSIC* pada pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan pajak memiliki dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas perokok $(E_0)$ dan titik ekuilibrium epidemik $(E^*)$. Titik ekuilibrium bebas perokok stabil jika nilai *basic reproduction number* $(R_0)$ dengan penerapan pajak $(R_v)$ kurang dari 1 yang artinya jumlah perokok akan berkurang dan titik ekuilibrium epidemik stabil jika $R_0$ dengan $R_v$ lebih dari 1 yang artinya jumlah perokok semakin banyak.
3. Hasil dari simulasi numerik dengan menggunakan program *Maple-18* menunjukkan bahwa laju penerapan pajak minimum $(v_m)$ yang dibutuhkan agar penambahan jumlah perokok dapat dicegah dan dikendalikan dalam populasi sesuai dengan kondisi asumsi data yang digunakan adalah sebesar 0,5008 untuk 1.000 populasi. Selain itu, laju penerapan pajak yang lebih besar dari laju penerapan pajak minimum menyebabkan populasi yang rentan akan menurun serta jumlah perokok akan semakin berkurang dalam waktu yang lebih cepat. Rekomendasi kebijakan yang harus diterapkan olehg pemerintah berdasarkan hasil dari model yang telah diperoleh adalah pembuatan kawasan tanpa rokok, peningkatan pajak dan harga serta larangan penjualan rokok dalam bentuk per batang.

## IV.2 REKOMENDASI

Rekomendasi dalam penulisan karya tulis ini adalah perlunya penelitian dan pengembangan lebih lanjut mengenai penelitian model matematika pencegahan pertambahan jumlah perokok dengan penerapan pajak yang dikombinasikan dengan pengendalian pada bidang kedokteran dengan memperhatikan faktor migrasi dan efek penyakit yang dapat ditimbulkan agar semakin kompleks dan mendekati kondisi nyata.

## DAFTAR PUSTAKA


Aditama, T.Y. 2001. *Masalah Merokok dan Penanggulangannya*. Ikatan Dokter Indonesia,Jakarta.

Allen, L. J. S. 2000. *An Introduction to Stochastic Epidemic*, *Department of Mathemarics and Statistics*, Texas. http://www.math.uarberta.com diakses pada 19 Februari 2017.

Allen, L.J.S. dan Burgin, A.M. 2000. *Comparation of deterministic and stochastic SIS and SIR models in discrete time*, *Mathematical Biosciences* 163:1-33.

Badan Penelitian dan Pengembangan Kementrian Kesehatan RI. 2013. *Hasil Riset Kesehatan Dasar*. http://www.depkes.go.id/resources/download/general/Hasil%20Riskesdas%202013 diakses pada 18 Maret 2017.

BPRD Jakarta. 2016. Sosialisasi Pajak Rokok sebagai Pajak Daerah. http://bprd.jakarta.go.id/sosialisasi-pajak-rokok-sebagai-pajak-daerah/ diakses pada 12 Maret 2017.

Gunawan, A.Y. & Nurtaman, M.E. 2008, Model Dinamik Sederhana untuk Masalah Peningkatan Populasi Perokok. *Mathematics Subject Classification*. Vol. 14. Hal. 63-72.

Husaini, Aiman. *Tobat Merokok*. Depok : Pustaka Iman. 2006

Jaya, M. *Pembunuh Berbahaya Itu Bernama Rokok*. Yogyakarta. Rizma. 2009

Kalelis, Mickey.J. 1996. *Tobacco Dependence, The everlasting Nightmare*. Seton Hall University.

Li, G. dan Jin, Z. 2004. *Global Stability of a SEIR Epidemic Model with Infectious Force in Latent, Infected and Immune Period*. Science. 25: 1177-1184.

Maharani, Dian. 2015. *Harga Rokok di Indonesia Terlalu Murah*. http://nasional.kompas.com/read/2015/05/31/102015323/Harga.Rokok.di.Indonesia.Terlalu.Murah diakses pada 19 Maret 2017.

Novalius, Feby. 2017. *Tarif Pajak Rokok Mestinya di Atas 9,1%*. http://economy.okezone.com/read/2017/01/11/20/1589181/tarif-pajak-rokok-mestinya-di-atas-9-1 diakses pada 18 Maret 2017.

Samet, J.M. 2010. *Passive smoking and Health*. *Tobacco Science, Policy and Health*. Second Edition. Chapter 16.

Sari, A. N. 2011. *Analisis Atabilitas matematika dari Penyebaran Penyakit Menular melalui Transportasi Antar Dua Kota*. http://digilib.its.ac.id/ITS-undergraduate-15082-abstract_id.pdf diakses pada 217 Februari 2017.

Sharomi, O. & Gumel, A.B. 2008. Curtailing Smoking dynamics: A Mathematical modeling Approach. *Applied Mathematics and Computation*. Vol. 195. Hal. 475-499.

Tirtosastro, S. & Murdiyati, A.S. 2010. *Kandungan Kimia Tembakau dan Rokok*. Buletin Tanaman Tembakau, Serat dan Minyak Industri 2. Hal. 33-43.

Tobacco Control Support Center. 2012. *Fakta Tembakau di Indonesia. http://tcsc-indonesia.org/wp-content/uploads/2012/08/Fact_Sheet_Fakta_Tembakau_Di_Indonesia.pdf* diakses pada 16 Maret 2017.

Priherdityo, Endro. 2016. *Harga Murah Jadi Faktor Utama Candu Rokok di*

*Indonesia*. http://www.cnnindonesia.com/gaya-hidup/20160531022205-277-134585/harga-murah-jadi-faktor-utama-candu-rokok-di-indonesia/ pada tanggal 20 Maret 2017.

Pusat Kesehatan Kementrian Kesehatan Republik Indonesia. 2010. Pedoman *Pengembangan Kawasan Tanpa Rokok*. http://www.depkes.go.id/resources/download/promosi-kesehatan/pedoman-ktr.pdf diakses pada tanggal 14 Maret 2017

Yessi, Fitri. Subhan, Muhammad. & Sriningsih Riry. 2013. *Model Matematika Pencegahan Pertambahan Jumlah Perokok dengan Penerapan Denda*. Universitas Negeri Padang.

Zeb, A. Zaman, G. & Momani, S. 2013. Square-root Dynamics of Giving Up Smoking Model. *Applied Mathematical Modelling*.Vol. 37, Hal. 5326-5334